Csillagászati Laboratórium II.

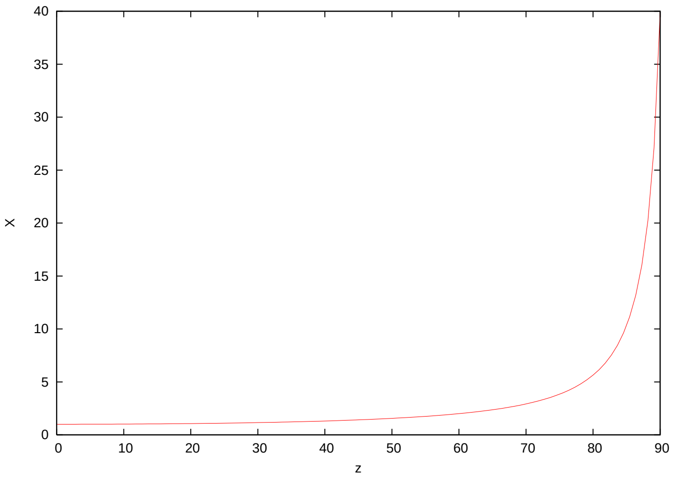
8. óra: Az extinkciós korrekció és a standard transzformáció

Az előző órákon eljutottunk odáig, hogy a képeken megállapítottuk a csillagok fényességét psf fotometria segítségével. Kiemelendő, hogy itt a csillagoknak úgynevezett „instrumentális” fényességét kaptuk meg egyenlőre. Ezen adatokból semmilyen fizikát, asztrofizikát vagy publikálható eredményt még nem tudunk prezentálni, ugyanis ezek csak a mi rendszerünkben jelentenek bármit is. Mit is érthetünk ezen, hogy a „mi rendszerünkben”? Erre egyszerű a válasz: A mi távcsövünk, az az éjszaka, az a földrajzi hely, az a kamerával ...stb. alkotják a mi rendszerünket. Ahhoz, hogy a méréseinket mások is elfogadják, olyan rendszerbe kell tennünk, ahol a fizikai modellek értelmezhetőek. Ehhez kalibrációs egyenletek kellenek. Mint minden etalonnal rendelkező rendszerben, a csillagászati fotometriai rendszereknek is megvannak az etalonpontjai, melyek bizonyos standard csillagok.

Megfigyeléseink allat két hatásra kell korrigálnunk. Az egyik a földrajzi helyzetünkből adódik, míg a másik a használt műszeregyüttesünk tulajdonságaiból. Mindkettőnek a hatását részletezem lentebb.

1. Az extinkciós korrekció

Jól ismert jelenség, hogy a csillagok egyre jobban pislákolnak ahogy a horizonthoz közelednek, illetve, hogy egyre halványabbak lesznek. Ezt a jelenséget nevezzük *„légköri extinkció”*-nak vagy *„atmoszférikus extinkció”*-nak. Ennek a fontosságát nagyon fontos, hogy felismerjük, illetve, hogy méréseinket erre korrigáljuk.



1. ábra. A levegőtömeg függése a zenittávolságtól

Az extinkció leírásához be szokták vezetni az úgynevezett „levegőtömeg” definíciót. Ennek leírására több empirikus képlet létezik. Kis zenittávolságokra általában egyszerűen a zenittávolság (z) szekánsát szokás venni. Kicsit jobban leíró az:

$$\mathrm{X} = \frac{1}{\cos \mathrm{z} + 0,025\ \mathrm{e}^{-11\ \cos \mathrm{z}}} \tag{1}$$

1. egyenlet (Rosenberg, 1966). Ennek egy ábrázolását láthatjátok az 1. ábrán. Lehet látni, hogy 60° felett rohamosan el kezd növekedni a levegőtömeg. Ha kiszámoljuk 45°-nál az X értéke 1.41. Azaz 41%-kal több levegőn nézünk át már 45%-nál ahhoz képest, hogy a zenitnél mennyin nézünk át.

Magát az extinkciót három tényező okozza: molekuláris abszorpció, Rayleigh szóródás a molekulákon illetve kis részecskéken való szóródás. A molekuláris abszorpció mértéke $0{,}^{\mathrm{m}}02$/levegőtömeg. A Rayleigh szóródásé $0{,}^{\mathrm{m}}14$/levegőtömeg, míg a levegő részecskéin való szóródás $0{,}^{\mathrm{m}}12$/levegőtömeg mértékű. Ez összesen $0{,}^{\mathrm{m}}28$-t jelent levegőtömegenként, standard levegőnyomáson (760 Hgmm) és 0°C hőmérsékleten. Ahogy feljebb megyünk ez egyre csökken, 500 m-rel a tengerszint felett már csak $0{,}^{\mathrm{m}}24$/levegőtömeg, míg 2 km magasan már csak $0{,}^{\mathrm{m}}16$/levegőtömeg. Emellett fontos megjegyezni, hogy télen a mértéke az extinkciónak szintén csökken, a levegőben mérhető víz mennyiségének csökkenése miatt.

Egy objektumnak az extinkció hatására való fényességcsökkenését írja le az 2. egyenlet.

$$v_0 = v_i - k_v' \cdot X \tag{2}$$

Mivel a magnitúdó skála inverz, ezért érthető módon, az instrumentális fényességből (v_i) ki kell vonnunk a levegőtömeg (X) függvényében növekvő korrekciós tagot (k_v'). Láthatóan ez csak első rendig korrigál. Általában ez kielégítő, de nagyon pontos fotometria esetén másodrendű tagot is szoktak illeszteni, illetve színfüggő tagot is. Mivel csak első rendig korrigálunk, ezért az egyszerűség kedvéért elhagyom a vesszőzést, és áttérek a $k' = k$ jelölésmódra. Ezzel ugyan az extinkciós hatásokra korrigált, de még mindíg instrumentális fényességeink lesznek!

2. A standard transzformációk - fotometriai kalibráció

Azt, hogy mennyire fontos pontos fotometriai kalibrációt végezni sokan nem veszik komolyan! A kalibrációk hanyag voltának következményekénu a méréseink akár néhány tized magnitúdót is tévedhetnek, ami komoly asztrofizikai „félreértelmezésekhez” is vezethet!

Ahhoz, hogy valamit két kutató két helyről azonosnak mérjen nagyon sok feltételnek kell teljesülnie. A legfontosabb, hogy ugyanazt mérjék (mint ahogyan a tömegnek is van etalonja). Ennek az etalonnak teljesítenie kell azt a feltételt, hogy időben ne változtassa a mérendő tulajdonságát. A csillagászatban ezen etalon pontok a fotometriai standard csillagok. Minden fotometriai rendszert így két dolog jellemez: a hozzá tartozó szűrőrendszer, illetve a standard csillagai. A Johnson féle fotometriai rendszer standard csillagai a Landolt csillagok. Emellett vannak másodlagos standard mezők is. Ilyen például az általunk használt M67-es látómező is.

A két kutató, csak akkor mérheti ugyanazt, ha ugyanazt a műszert használják. Mivel nem csak egy távcső létezik a világon, és nem használhatja mindenki ugyanazokat a szűrőket a világon, ezért az egyes szűrőrendszereket a lehető legpontosabban ugyanolyanra gyártják! Nagyon fontos, hogy nem csak egy fotometriai szűrőrendszer létezik a világon! Ezek között színtranszformációs egyenletek vannak!

Szerencsére az optikai csillagászatban jobban elterjedtebb a Johnson féle UBVRI szűrőrendszer mint más, így az ebben a tartományban dolgozó kutatóknak nem kell bajlódniuk rendszerek közötti színtranszformációkkal. Ettől függetlenül a szűrők nem lehetnek 100%-osan azonosak, így meg kell állapítani a műszerhez tartozó színtranszformációkat.

Megjegyezném, hogy például a közeli infravörös tartományban közel egy tucatnyi fotometriai rendszer létezik. Nagyon oda kell figyelni, hogy mely rendszerben vannak a méréseink és milyen rendszerben vannak a modelljeink illetve mások mérései. Közeli infravörös fotometriai rendszerek pl: 2MASS, SAAO, CIT, MKO, BB, AAO, Arnica, Koorneef, ESO, UKIRT ...stb. Általában az egyes rendszerek között lehet találni transzformációs egyenleteket különböző cikkekben.

A mi méréseink a Johnson féle BVRI rendszerben vannak, ugyanúgy, mint a standard értékeink, így csak a műszerünk effektusait kell korrigálni, más fotometriai rendszerre nem kell áttérnünk.

3. Egyenletek

Az extinkció hatására a magnitúdó értékek csökkennek (azaz fényesednek az objektumok). Ezt írják le az extinkciós egyenletek:

$$\begin{aligned} b_0 &= b_i - k_b \cdot X &(3)\\ v_0 &= v_i - k_v \cdot X &(4)\\ r_0 &= r_i - k_r \cdot X &(5)\\ i_0 &= i_i - k_i \cdot X &(6)\end{aligned}$$

,ahol a 0-ás indexű tagok a légkörön kívüli fényességeket adják meg, míg az i-s tagok az „instrumentális” magnitúdó értéket. Ha ebből előállítjuk a szokásos színeket, akkor kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} (b-v)_0 &= b_0 - v_0 = b_i - v_i - (k_v - k_b)\cdot X = (b-v)_i - k_{bv}\cdot X &(7)\\ (v-i)_0 &= v_0 - i_0 = v_i - i_i - (k_i - k_v)\cdot X = (v-i)_i - k_{vi}\cdot X &(8)\\ (v-r)_0 &= v_0 - r_0 = v_i - r_i - (k_r - k_v)\cdot X = (v-r)_i - k_{vr}\cdot X &(9)\\ (r-i)_0 &= r_0 - i_0 = r_i - i_i - (k_i - k_r)\cdot X = (r-i)_i - k_{ri}\cdot X &(10)\end{aligned}$$

Ha légkörön kívül dolgoznánk (űrtávcső), akkor csak a műszerünk (távcső, kamera ...stb.) színező hatásait kellene korrigálnunk. Ezeket korrigálják a standard transzformációs egyenletek:

$$\begin{aligned} V &= v_0 + \epsilon_{bv}(B-V) + \zeta_{\epsilon_{bv}} &(11)\\ (B-V) &= \mu(b-v)_0 + \zeta_{bv} &(12)\\ (V-R) &= \nu(v-r)_0 + \zeta_{vr} &(13)\\ (R-I) &= \eta(r-i)_0 + \zeta_{ri} &(14)\\ (V-I) &= \kappa(v-i)_0 + \zeta_{vi} &(15)\end{aligned}$$

A transzformációs egyenleteknél a nagybetűs tagok ($BVRI$) a csillag standard fényességét jelentik, amiket katalógusokból tudunk. A 0-ás indexű tagok még mindíg az extinkcióra korrigált, a légkörön kívüli fényességet jelölik. A ζ-k az úgynevezett „Zérus Pontok”. Ideális rendszer esetén csak ezzel kéne korrigálni, azaz csak egy konstans eltolás lenne a méréseink és a valódi fényességek között. A korábban felírt extinkciós egyenleteket helyettesítsük be a standard transzformációs egyenletekbe:

$$\begin{aligned} V &= v_i - k_v \cdot X + \epsilon_{bv}(B-V) + \zeta_{\epsilon_{bv}} && (16) \\ (B-V) &= \mu\left((b-v)_i - k_{bv} \cdot X\right) + \zeta_{bv} && (17) \\ (V-R) &= \nu\left((v-r)_i - k_{vr} \cdot X\right) + \zeta_{vr} && (18) \\ (R-I) &= \eta\left((r-i)_i - k_{ri} \cdot X\right) + \zeta_{ri} && (19) \\ (V-I) &= \kappa\left((v-i)_i - k_{vi} \cdot X\right) + \zeta_{vi} && (20) \end{aligned}$$

Természetesen a V-nek nem csak a $(B-V)$-s függését, hanem a többi színtől való függését is meg lehet nézni, azaz:

$$\begin{aligned} V &= v_i - k_v \cdot X + \epsilon_{vr}(V-R) + \zeta_{\epsilon_{vr}} && (21) \\ V &= v_i - k_v \cdot X + \epsilon_{ri}(R-I) + \zeta_{\epsilon_{ri}} && (22) \\ V &= v_i - k_v \cdot X + \epsilon_{vi}(V-I) + \zeta_{\epsilon_{vi}} && (23) \end{aligned}$$

Lehet láltni, hogy ezek három ismeretlenes egyenletek, ugyanis a csillagok standard fényességét, az instrumentális fényességét, a levegőtömegét ismerjük csak. Így az egyenleteket csak iterálva, bizonyos kezdeti feltételt adottnak feltételezve, tudjuk csak megoldani.

Mivel a szűrők jó közelítéssel megegyeznek, ezért a V-nél lévő színfüggő tagok (ϵ-ok) nulla közeliek. Ugyanezen elv miatt a színeknél lévő színfüggő tagok (μ, ν, eta, κ), mivel ugyanazt a színt írják le, egy közeliek. Az extinkciós tagoknak szintén nulla közelieknek kell lenniűk. Ha belegondolunk, a zenitben az X értéke 1, azaz ha a k értéke nem nulla közeli lenne, akkor nagy mértékű fényesedést jelentene az extinkciós korrekció.

Lehet látni, hogy a színfüggő tagok (görög betűk) műszerfüggőek. Éppen ezért ezeket távcsőkonstansoknak hívjuk, ugyanis értékük nem változik (jelentősen) éjszakáról éjszakára. Ha ezeknek az értékeit tudjuk, akkor nem muszáj minden éjjel megállapítani őket, elég csak az extinkciós tagokat (amik viszont a légkör folyamatos változása miatt változnak éjszakáról éjszakára.

3.1. A konstansok megállapítása a gyakorlaton - az egyenletek alkalmazása

Esetünkben az a szerencsés helyzet áll elő, hogy egy látómezőben több standard csillag található. Ez azt jelenti, hogy a csillagok egy levegőtömegnél találhatóak (egy BVRI méréssorozaton belül), azaz az extinkciós tagok zéuspontját a ζ értékébe be lehet olvasztani, és meg lehet állapítani négy különböző levegőtömegnél is pontosan a színfüggő tagok (görög betűk) értékét.

$$\begin{aligned} V - v_i &= \epsilon_{bv}(B-V) + const && (24) \\ V - v_i &= \epsilon_{vr}(V-R) + const && (25) \\ V - v_i &= \epsilon_{ri}(R-I) + const && (26) \\ V - v_i &= \epsilon_{vi}(V-I) + const && (27) \\ (B-V) &= \mu\,(b-v)_i + const && (28) \\ (V-R) &= \nu\,(v-r)_i + const && (29) \\ (R-I) &= \eta\,(r-i)_i + const && (30) \\ (V-I) &= \kappa\,(v-i)_i + const && (31) \end{aligned}$$

Természetesen most minket csak a görög betűk értéke érdekel. Ezeket egyszerű egyenes-illesztéssel fogjuk megállapítani. Így lesz minden görög betűhöz négy értékünk, s mindegyikhez egy „szórás” érték, mely az egyenesillesztés jóságából fog adódni. Ezek alaján majd fogunk tudni számolni a négy adatból egy átlagértéket, illetve egy hozzá tartozó korrigált empirikus szórást is:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum \sigma_i^2 + \frac{\sum(\overline{x}-x_i)^2}{n-1}}}{n} \tag{32}$$

Az ilyen sok standard csillagokat tartalmazó mezőknek ez a nagy előnye, hogy a színfüggő tagoknak nagy pontosságú megállapítását teszik lehetővé. Ilyen másodlagos standard mező nem csak az M67-ben található. Jól ismert még a Stetson standardokat tartalmazó NGC 7790 is.

Ha ezekkel végeztünk, akkor meg lehet állapítani az extinkciós együtthatók értékét is. Mivel már tudjuk a színfüggő tagok értékét, ezért rendezzük át az egyenleteket:

$$
\begin{aligned}
V - v_i - \epsilon_{bv}(B-V) &= -k_v \cdot X + \zeta_{\epsilon_{bv}} && (33)\\
V - v_i - \epsilon_{vr}(V-R) &= -k_v \cdot X + \zeta_{\epsilon_{vr}} && (34)\\
V - v_i - \epsilon_{ri}(R-I) &= -k_v \cdot X + \zeta_{\epsilon_{ri}} && (35)\\
V - v_i - \epsilon_{vi}(V-I) &= -k_v \cdot X + \zeta_{\epsilon_{vi}} && (36)\\
\frac{(B-V)}{\mu} - (b-v)_i &= -k_{bv} \cdot X + \frac{\zeta_{bv}}{\mu} && (37)\\
\frac{(V-R)}{\nu} - (v-r)_i &= -k_{vr} \cdot X + \frac{\zeta_{vr}}{\nu} && (38)\\
\frac{(R-I)}{\eta} - (r-i)_i &= -k_{ri} \cdot X + \frac{\zeta_{ri}}{\eta} && (39)\\
\frac{(V-I)}{\kappa} - (v-i)_i &= -k_{vi} \cdot X + \frac{\zeta_{vi}}{\kappa} && (40)
\end{aligned}
$$

Lehet látni, hogy hogyha a vízszintes tengelyen ábrázoljuk a levegőtömeget, míg a függőleges tengelyen az egyenletek bal oldalát, akkor az egyenes meredeksége megadja a k-k értékét, míg a zéruspont a ζ értékét (színfüggő tagok esetén a „ζ/görög betű” értékét).

4. A konstansok megállapítása

Múlt órán befejeztük a psf fotometriát. Ennek eredményeképpen az `M67`-es könyvtárban létrejött 16 darab `*.dat` fájl. Ezek tartalmazzák az M67-es képekhez tartozó fotometriai értékeket. Az egyszerűbb átláthatóság kevéért ezeket helyezzük át az `M67`-es mappán belül egy másik könyvtárba. Ha jól megnéztiek, akkor a 16 darab kép úgy tevődik össze, hogy 4 sorozatnyi BVRI kép van, mindegyik sorozat különböző levegőtömegnél. A `*.dat` fájlokat ennek megfelelően nevezzük át a jobb átláthatóság kedvéért, mondjuk `b1 b2 b3 b4 v1 v2 v3 v4 ...i3 i4`-re, ahol a betű természetesen a szűrőt jelenti, míg a szám a mérési sorozat számát.

Ahhoz, hogy a `*.dat` fájlokból kiszedjük a standardok adatait, tudnunk kell, hogy mely koordinátákon találhatóak. A gyakorlatvezetőtől kapott keresőtérképen be vannak jelölve a látómezőben található standard csillagok. Mivel a csillagprofiljaink összemosódnak, ezért nem fogjuk mindegyik standard csillagot használni, csak a:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29 illetve 30

sorszámúakat. *IRAF*-on belül töltsétek be az egyik M67-es képet és a korábbiakhoz hasonlóan `imexamine`-nal állapítsátok meg ezen standard csillagok pixelkoordinátáit. Ezeket egy fájlba mentsétek le, mely valahogy így fog kinézni:

```
686.15 281.95
658.86 254.67
593.96 283.34
646.23 472.22
...
```

Ha minden jól ment, akkor ennek a fájlnak 17 sora kell, hogy legyen. **FONTOS! A koordinátákat a csillagok sorszámában mérjétek meg**, ugyanis a honlapról le fogjuk tölteni ezen csillagoknak a standard fényességeiket, és ott ebben a sorrendben szerepelnek!

A honlapról töltsétek is le az `std.ls` nevű fájlt. Láthatjátok, hogy az első sora egy komment sor, mely megadja, hogy melyik oszlopban milyen adat található. Ez egy általános dolog csillagászati adatbázisokat tartalmazó ASCII fájloknál. Igen hasznos, ugyanis később is visszanézve tudjuk, hogy melyik oszlopban mi van. Lehetőleg mindíg törekedjünk olyan programokat írni, melyek ugyanígy tartalmaznak kommentsort! Így a koordinátákat tartalmazó fájlunkba „#” jellel kezdve a sort írjuk mi is bele, hogy „Xpix Ypix”.

A koordinátafájlunkat illetve a standard csillagokat tartalmazó fájlunkat a „paste” linux-os paranccsal tegyük össze egy fájlá!

```
$ paste koord std.ls > stdlist
```

Mivel a következőekben használandó program X Y B V R I adatoszlopokat keres, ezért az ID-kat tartalmazó oszlopot kézzel (vagy scripttel) töröljük ki a létrejött stdlist fájlból.

A honlapról töltsük le a grabcoord nevű programot. Ez egy kis program, mi egy standard értékeket tartalmazó adattömb alapján kiválogatja a csillagokat más adatfájlokból koordináták alapján. A program a hasonló levegőtömegeknél lévő adatokhoz használható elsősorban. Egy „-h” switchel megkapjuk a program help-jét:

```
Usage:  grabcoord [-h|--help] [-o|--output <outputfilename>] [-d|--distance <deg|px>]
         [-s|--stdlist <standarslist>] [-i{b|v|r|i}|--input-{b|v|r|i} <b/v/r/i-file>
         [<b/v/r/i-file2> [...]]]
```

A program le tud kezelni úgynevezett „wildcardokat” (*, ?, ‘ ‘ tulajdonságú beírásokat), hisz ezeket a linux értelmezi alapból. Ez azért jó, mert így lehet listákat is beadni neki. Esetünkben csak egy fájlt fogunk beadni neki szűrőnként. Láthatóan meg kell adni neki a kimeneti fájl nevét (különben a STDOUT-ra, azaz a monitorra adja ki), egy keresési sugarat (esetünkben pixelben), a standardlista nevét, illetve szűrőnként a képek neveit. Azaz adjuk ki a következő parancsot, mind a négy levegőtömegre (logikusan átírva), hogy:

```
$ grabcoord -o a1.dat -d 1.5 -s stdlist -ib b1.dat -iv v1.dat -ir r1.dat -ii
  i1.dat
```

Nézzük meg a létrejött a?.dat nevű fájlokat, illetve, hogy milyen oszlopokat tartalmaznak. Ha valami gyanús, akkor szóljatok a gyakorlatvezetőnek. Ha valamelyik oszlopban szám helyett „-” jel szerepel, akkor az azt jelenti, hogy azt a csillagot nem találta meg az adott adattomben. Ez nem a legszerencsésebb.

4.1. Illesztés a gnuplot-tal

Először a színfüggő tagokat fogjuk illeszteni, azaz a (24)-(31)-es egyenleteket. A létrejött a?.dat fájlokban a következő oszlopok találhatóak: 1 - X, 2 - Y, 3 - b_i, 4 - *bmerr*, 5 - *bchi*, 6 - B, 7 - *bair* ... és innen 5-ével ismétlődően a többi szűrő.

Gnuplot-nak nagy előnye, hogy ismeri az awk jellegű parancsműveleteket, így nem kell minden illesztéshez külön fájlt gyártanunk, hanem csak az eredeti 4-et kell használnunk. Nézzük meg először a színek színfüggését. Gnuplot-on belül adjuk ki a következő parancsot (a „gnuplot>” a gnuplot promptját jelöli):

```
gnuplot> pl 'a1.dat' u ($3-$8):($6-$11)
```

Az ábrázolt pontok a μ értékének meredekségét mutatja. A gnuplot-on belül ugye az első tag az u után az x változó értékét, míg a második zárójel az y értékét adja meg. Nagy valószínűség szerint az első illetve hatodik csillagnak a pontja erősen fog szórni a többi közül. Így ennek a sorát az a?.dat fájlokban „#” jellel kommenteljük ki. Ábrázoljuk újra a fenti plotot!

Most nézzük meg, hogy milyen meredekségű egyenes illeszthető ezekre a pontokra. Adjuk ki gnuplot-ban a következő parancsot:

```
gnuplot> fit a*x+b 'a1.dat' u ($3-$8):($6-$11) via a,b
```

A képernyőre a program kiírja az illesztés részleteit. Nekünk ebből a következő rész az érdekes:

```
Final set of parameters       Asymptotic Standard Error
=======================       ==========================

a               = 0.938273    +/- 0.01513        (1.613%)
b               = -1.32831    +/- 0.03223        (2.427%)
```

Ez azt jelenti, hogy a μ értéke az első levegőtömegnél készült felvételeken 0,9382, míg szórása 0,0151. Illesszük le ugyanezeket, csak az `a2, a3, a4`-re is. Így van négy értékünk, illetve négy szórásunk. A négy értéket átlagoljátok, illetve a szórások és az átlag segítségével számoljátok ki a korrigált empirikus szórás értékét. Valószínű, hogy a harmadik levegőtömegnél készült mérés értéke jelentősen el fog térni a többiétől. Ha ez így van, akkor ennek az értékeit ne vegyétek figyelembe!

Ezek után hasonló módon számoljátok ki ezeket az értékeket a többi színfüggő tagra! Az ϵ-os konstansok illesztésénél legyetek óvatosak! Mivel ott a meredekség eleggé kicsi lesz ($\epsilon << 1$), ezért ott megtévesztő lesz az ábra amit a `gnuplot` mutatni fog elsőre. Az `y` tengelyt a program mindig az adott adatokhoz skálázza, így úgy fog tűnni, hogy nagyon nagy szórása van a pontoknak. Ha átállítjuk az ábrázolás intervallumát, mondjuk az átlagérték $\pm\ 0{,}^{\mathrm{m}}5$-ra, akkor sokkal szebb ábrákat kaphatunk. Ezt a

```
gnuplot> set yrange [0:1]
```

parancs megadásával érhetjük el (természetesen logikus intervallumot megadva). Az illesztések igencsak időigényesek lesznek. Ügyeljetek arra, hogy mely oszlopokat adjátok meg az eredeti adattáblából. Érdemes felírni egy lapra előttetek, hogy melyik oszlopban melyik adat van. Legjobban az jár, aki előre otthon végiggondolja, és leírja egy lapra, hogy mely parancsokat kell majd kiadnia a `gnuplot`-ban.

Hogy legyen összehasonlításotok, megadjuk az általunk kapott illesztési értékeket (1. táblázat). Természetesen ez nem azt jelenti, hogy 100%-osan ezeket az értékeket kell visszakapnotok, ugyanis mindenki egyedi fotometriát csinált. Illetve mindenki kötelező megcsinálni az illesztéseket maga!

konst.	a1	a2	a3	a4	**átlag**
ϵ_{bv}	0,0925 ± 0,0162	0,1003 ± 0,0187	0,0559 ± 0,0223	0,0914 ± 0,0244	**0,0947 ± 0,0117**
ϵ_{ri}	0,2956 ± 0,0470	0,3046 ± 0,0456	0,1836 ± 0,0645	0,2398 ± 0,0806	**0,2780 ± 0,0365**
ϵ_{vi}	0,1266 ± 0,0239	0,1446 ± 0,0243	0,0685 ± 0,0302	0,1127 ± 0,0392	**0,1279 ± 0,0177**
ϵ_{vr}	0,2102 ± 0,0477	0,2501 ± 0,0534	0,0977 ± 0,0541	0,1966 ± 0,0752	**0,2183 ± 0,0371**
μ	0,9382 ± 0,0151	0,8924 ± 0,0189	0,9433 ± 0,0175	0,9015 ± 0,0190	**0,9189 ± 0,0356**
ν	1,0232 ± 0,0478	1,0312 ± 0,0356	0,9138 ± 0,0562	1,0299 ± 0,0701	**0,9995 ± 0,0305**
η	1,0206 ± 0,0666	0,8697 ± 0,0806	0,9883 ± 0,0750	0,9369 ± 0,0581	**0,9539 ± 0,0219**
κ	1,0452 ± 0,0343	0,9923 ± 0,0372	0,9899 ± 0,0216	1,0206 ± 0,0386	**1,0120 ± 0,0180**

1. táblázat. A színfüggő tagok mért értékei

Az extinkciós tagok illesztése kicsikét bizonytalanabb lesz, mint a színfüggő tagoké. Mivel az `a?.dat` fájljaink csak egy levegőtömegre tartalmazzák az adatokat, ezért természetesen ezzekkel így nem tudjuk az extinkciós tagokat meghatározni. Az `a?.dat` fájlokat `cat` parancsokkal fűzzük össze:

$ cat a1 > eredmény; cat a2 >> eredmeny; cat a3 >> eredmeny; cat a4 >> eredmeny

Így létrejött az `eredmeny` nevű fájl, mely minden adatot tartalmaz. Ezekre fogjuk illeszteni az extinkciós együtthatókat.

Megyjegyzem, hogy az illesztésben szórást fog okozni az, hogy egyszerre ábrázoljuk a különböző színű objektumok különböző levegőtömegeknél mérhető fényességét. Ne feledjük, a légköri Rayleigh szórás a vörös színt kevésbé szórja. Emelett hiába ábrázoljuk majd a függőleges tengelyen a két „azonos" szín különbségét, minimális szórás azért várható!

Hasonlóan az előzőekhez, csak most a (33)-(40)-es egyenleteket illesszük meg a `gnuplot` segítségével! Ne lepődjetek meg, a pontokat ábrázolva igen nagy szórást fogtok tapasztalni. Ez elsősorban, a korábbihoz hasonlóan a skálázás hibája is. Emellett a korábban említett mérési, távcső és színhibáknak is betudható a szórás. Tanulságként jegyezzük fel: legalább 6-7 levegőtömeg értéknél illik standard csillagokról felvételt készíteni. Példaként nézzük meg, hogy milyen paranccsal kéne a (33)-as illetve a (37)-es egyenletet illeszteni:

```
gnuplot> fit a*x+b 'eredmeny' u (($7+$12)/2):($11-$8-0.0947*($6-$11)) via a,b
```

illetve:

```
gnuplot> fit a*x+b*0.9188 'eredmeny' u (($7+$12)/2):(($6-$11)/0.9188-($3-$8)) via
a,b
```

A (33)-as egyenlet illesztésekor a kapott `a` érték a $-k_v$, míg a `b` a zéruspontot, azaz a $\zeta_{\epsilon_{bv}}$. Az illesztéshez természetesen be kellett írni a már általunk ismert ϵ_{bv} értéket. A (37)-es egyenlet illesztésekor látható, hogy `a*x+b*0.9188`-at illesztettünk. Ezt azért tettük, mert így a kapott `b` érték rögton a ζ_{bv} lesz. A meredekség itt a $-k_{bv}$ lesz. Figyeljetek oda, hogy „$-$" k szerepel, azaz a kapott `a`-nak az ellentettje a megoldás! Ellenőrzésképp az általunk kapott illesztés eredményeit közöljük a 2. táblázatban.

k [$^{\mathrm{m}}$/airm]	értéke	ζ [$^{\mathrm{m}}$]	értéke
k_{bv}	0,0954 ± 0,0325	ζ_{bv}	-1,2739 ± 0,0569
k_{vr}	-0,0221 ± 0,0149	ζ_{vr}	-0,2033 ± 0,0238
k_{ri}	0,1040 ± 0,0171	ζ_{ri}	0,5686 ± 0,0284
k_{vi}	0,0802 ± 0,0102	ζ_{bv}	0,3070 ± 0,0161
$k_{\epsilon_{bv}}$	0,1414 ± 0,0109	$\zeta_{\epsilon_{bv}}$	-5,1414 ± 0,0175
$k_{\epsilon_{ri}}$	0,1499 ± 0,0114	$\zeta_{\epsilon_{ri}}$	-5,1703 ± 0,0181
$k_{\epsilon_{vi}}$	0,1476 ± 0,0112	$\zeta_{\epsilon_{vi}}$	-5,1660 ± 0,0179
$k_{\epsilon_{vr}}$	0,1455 ± 0,0111	$\zeta_{\epsilon_{vr}}$	-5,1561 ± 0,0177

2. táblázat. Az extinkciós konstansok általunk mért értékei

Látható, hogy a k_ϵ-os tagok nagyjából ugyanakkorák! Ennek így is kell lenni, hiszen az valójában csak a szimpla k_v értéke lenne, csak különböző színkorrekciókkal. Ez azt jelenti, hogy ennek az értéke megbízhatóan jó!

Kérdések, feladatok:

1. *Az elméleti összefoglalót, illetve az egyenleteket tüzetesen nézzétek át. Ezekből lesz kérdés.*
2. *A sillabusz alapján az M67-es képeken az `imexamine` segítségével állapítsátok meg a standard csillagok pozícióit.*
3. *A `grabcoord` segítségével válogassátok ki a különböző levegőtömegekhez összetartozó adatpárokat.*
4. *A `gnuplot` programmal határozzátok meg a $V-I$ illetve $V-R$-es színtagokat, illetve a V értékét a $V-I$ színindex alapján. Eredményeiteket táblázatban foglaljátok össze. Számoljátok ki a színfüggő tagokhoz tartozó korrigált empirikus szórást, és ezt is írjátok bele a táblázatba.*
5. *Egy-két gnuplotos illesztésről (egy szebb ϵ-osról, egy színkorrekciósról illetve egy extinkciósról) csinál-jatok `eps` ábrát, amit a dolgozatba beletehettek.*